تعریف ۱ : یک ماتروید شامل مجموعه E و تابع $r\colon \mathcal{P}(E) \to \mathbb{N}$ که در شرایط زیر صدق می کند

۱- برای هر $S \in \mathcal{P}(E)$ داشته باشیم $r(S) \le |S|$

۲- تابع r حافظ ترتیب باشد

۳- تابع r در شرط submodular inequality صدق کند یعنی برای هر S و T از $P(E)$ داشته باشیم

$$r(S \cup T) + r(S \cap T) \le r(S) + r(T).$$

تحت این شرایط r را تابع رتبه ماتروید (E, r) گوییم .

****

تعریف ۲: یک ماتروید شامل مجموعه E و تابع $r\colon \mathcal{P}(E) \to \mathbb{N}$ که در شرایط زیر صدق می کند

۱- $r(\emptyset) = 0$

۲- $S \in \mathcal{P}(E)$ و $x \in E$ $\Rightarrow$ $r(S \cup \{x\}) - r(S) = 0 \quad or \quad 1$

۳- $S \in \mathcal{P}(E)$ و $y \in E$ و x

$$r(S \cup \{x\}) = r(S \cup \{y\}) = r(S) \Rightarrow r(S \cup \{x, y\}) = r(S)$$

تعریف ۳ : یک متروید زوج $(E,\mathcal{I})$ با $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{P}(E)$ *(که مجموعه مستقل از* E

نامیده می شود)است که در شرایط زیر صدق می کند

۱- مجموعه خالی مستقل است

۲- هر زیر مجموعه از مجموعه های مستقل مستقل است

۳-اگر I_1 و I_2 مستقل باشند و $|I_1| \prec |I_2|$ آنگاه عضوی مثل $e \in I_2 - I_1$ وجود دارد

که $I_1 \cup \{e\}$ نیز مستقل باشد

****

تعریف ۴: یک متروید زوج $(E,\mathcal{B})$ با $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}(E)$ *(که پایه* E نامیده

می شود)است که در شرایط زیر صدق می کند:

۱- E حتما یک پایه دارد

۲- زیر مجموعه های سره از پایه ها پایه باشند

۳- اگر S و T پایه باشند و $x \in E \setminus S$ آنگاه $y \in E \setminus T$ وجود دارد که

$(S \cup \{x\}) \setminus \{y\}$ یک پایه باشد

تعریف ۵ : یک ماترويد شامل مجموعه E و تابع $\mathrm{cl}\colon \mathcal{P}(E) \to \mathcal{P}(E)$ (عملگر

بستار نامیده می شود)است که در شرایط زیر صدق می کند

۱- هر زیر مجموعه از E در بستار خودش است

۲- اگر $S \subseteq \mathrm{cl}(T)$ آنگاه $\mathrm{cl}(S) \subseteq \mathrm{cl}(T)$

۳-اگر x در بستار $S \cup \{y\}$ باشد ولی در بستار S نباشد آنگاه y در بستار

$S \cup \{x\}$ قرار دارد

عملگر بستار گاهی اوقات span mapping نیز نامیده می شود

****

تعریف ۶ : یک ماترويد زوج $(E, \mathcal{C})$ است که در آن $\mathcal{C} \subset \mathcal{P}(E)$ (دورهای E نامیده

می شود)

و در شرایط زیر صدق می کند :

۱- مجموعه خالی دور نیست

۲- زیر مجموعه سره از یک دور خود یک دور نیست

۳- اگر x در اشتراک دو دور S و T باشد آنگاه دور $U \subseteq S \cup T$ وجود دارد که x در

آن دور است